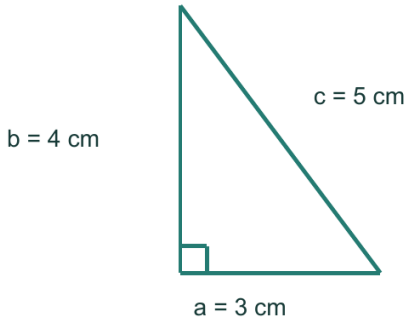
ARBEITSBLATT | KLASSE 8–10

Der Satz des Pythagoras

Katheten und Hypotenuse

Der Satz des Pythagoras gilt in rechtwinkligen Dreiecken. Die Katheten schließen den rechten Winkel ein. Die Hypotenuse liegt dem rechten Winkel gegenüber und ist die längste Seite. Hier bezeichnen a und b die Katheten, c die Hypotenuse.



$a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 4^2 = 5^2$

$9 + 16 = 25$

Flächen vergleichen

Die Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den Katheten ist gleich dem Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse: $a^2 + b^2 = c^2$. Beim 3-4-5-Dreieck gilt: $9\ cm^2 + 16\ cm^2 = 25\ cm^2$.

B1 Hypotenuse berechnen

Gegeben: a = 6,4 cm; b = 4,8 cm.

$c^2 = 6{,}4^2 + 4{,}8^2 = 40{,}96 + 23{,}04 = 64$

$c = \sqrt{64} = 8$ cm. Die Hypotenuse ist 8 cm lang.

B2 Kathete berechnen

Gegeben: b = 44 cm; c = 55 cm.

$a^2 = c^2 - b^2 = 55^2 - 44^2 = 3.025 - 1.936 = 1.089$

$a = \sqrt{1.089} = 33$ cm. Die gesuchte Kathete ist 33 cm lang.

So gehst du vor

Skizziere das rechtwinklige Dreieck und markiere die Hypotenuse. Verwende einheitliche Einheiten. Stelle die Gleichung auf und löse nach der gesuchten Länge auf. Runde erst das Ergebnis, falls nötig, auf zwei Nachkommastellen.

ARBEITSBLATT | KLASSE 8–10

Grundlagen und erste Anwendungen

Name: _____ Datum: _____

1 Fehlende Seitenlängen

Berechne die fehlenden Längen. Notiere die Rechenwege im Heft.

Teil	Kathete a	Kathete b	Hypotenuse c
a	12 cm	4 cm	
b	6 cm		10 cm
c		15 dm	17 dm
d	2,5 m		6,5 m
e	80 mm	39 mm	
f		36 dm	39 dm
g	48 cm		73 cm
h		1,1 m	6,1 m

2 Rechtwinklig oder nicht?

Prüfe, ob ein Dreieck mit diesen Seitenlängen rechtwinklig sein kann. Die längste Seite ist dabei die mögliche Hypotenuse; die Buchstaben legen sie hier nicht fest.

a) 6 cm; 10 cm; 8 cm b) 13 cm; 5 cm; 12 cm

c) 8 cm; 12 cm; 16 cm d) 2 cm; 3 cm; 4 cm

3 Leiter an einer Hauswand

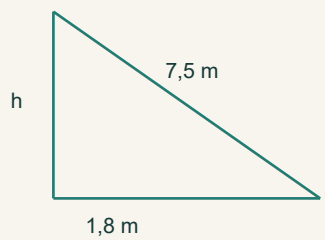
Eine 7,5 m lange Leiter lehnt an einer senkrechten Hauswand. Ihr Fuß steht auf waagerechtem Boden 1,8 m von der Wand entfernt. Wie hoch reicht die Leiter?

4 Höhe im gleichschenkligen Dreieck

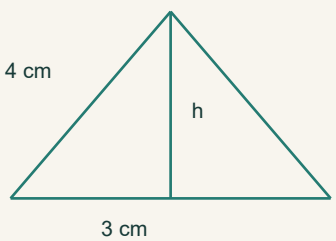
Ein gleichschenkliges Dreieck hat zwei Schenkel von jeweils 4 cm und eine Grundseite von 3 cm. Berechne die Höhe zur Grundseite.

Hilfsskizzen zu den Aufgaben (nicht maßstäblich)

Aufgabe 3 · Leiter



Aufgabe 4 · Dreieck



ARBEITSBLATT | KLASSE 8–10

Pythagoras im Alltag

Name: _____ Datum: _____

5 Rechteck

Ein Rechteck ist 87 cm lang und 116 cm breit. Berechne die Länge seiner Diagonale.

6 Quadrat

Berechne die Länge der Diagonale eines Quadrats mit der Seitenlänge 5 m.

7 Träger am Kran

Ein waagerechter, 10 m langer Stahlträger hängt an einem insgesamt 12 m langen, straffen Drahtseil. Das Seil ist an beiden Trägerenden befestigt und läuft symmetrisch zum Kranhaken über der Mitte. Berechne den senkrechten Abstand zwischen Träger und Haken.

8 Aussichtsplattform

Doris steht auf einer 60 m hohen Plattform senkrecht über dem Turmfuß. Heike steht auf gleicher Bodenhöhe 120 m vom Turmfuß entfernt. Berechne die direkte Entfernung zwischen beiden.

9 Drachen

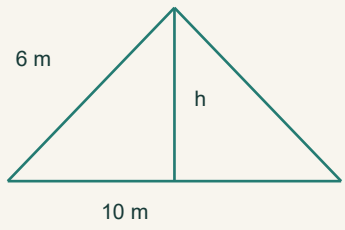
Jennie hält eine 60 m lange Drachenschnur straff. Janine steht auf gleicher Bodenhöhe 40 m von Jennie entfernt, genau unter dem Drachen. Berechne die Höhe des Drachens über der Höhe von Jennies Hand; vernachlässige den Durchhang.

10 Stehleiter

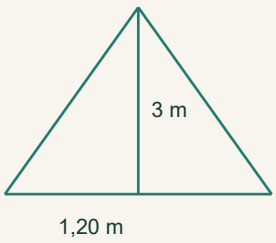
Eine symmetrische Stehleiter steht auf waagerechtem Boden. Ihre Füße stehen 1,20 m auseinander, die Spitze liegt 3 m über dem Boden. Wie lang ist jeder der beiden gleich langen Leiterholme?

Hilfsskizzen zu den Aufgaben (nicht maßstäblich)

Aufgabe 7 · Kran



Aufgabe 10 · Stehleiter



ARBEITSBLATT | KLASSE 8–10

Räumliche Aufgaben und ein Ball

Name: _____ Datum: _____

11 Stab im Würfel

Passt ein 80 cm langer Stab vollständig in eine würfelförmige Kiste mit 50 cm innerer Kantenlänge? Begründe rechnerisch.

12 Stab im Quader

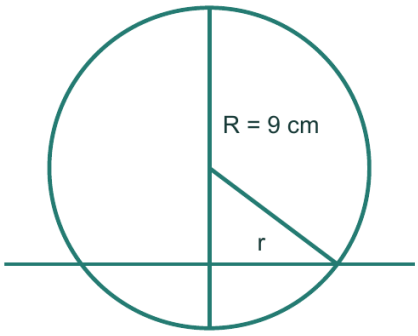
Passt ein 1,20 m langer Stab vollständig in einen Quader mit den Innenmaßen 1 m × 80 cm × 60 cm? Begründe rechnerisch.

13 Kabel zwischen Häusern

Zwei Giebelspitzen liegen 20 m bzw. 10 m über demselben waagerechten Bodenniveau. Ihr waagerechter Abstand beträgt 15 m. Wie lang muss ein geradliniges Verbindungskabel mindestens sein?

14 Ball im Wasser

Ein kugelförmiger Ball mit 18 cm Durchmesser taucht zu einem Fünftel seines Durchmessers ins Wasser ein. Berechne den Radius des Kreises, in dem die Wasseroberfläche den Ball schneidet.



Querschnitt des Balls

Eintauchtiefe: 18 cm : 5

Gesucht: Radius r der Wasserlinie

Für räumliche Aufgaben

Berechne zunächst eine passende Flächendiagonale. Sie bildet mit der dritten Kante ein rechtwinkliges Dreieck. Für die Raumdiagonale gilt daher $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

ARBEITSBLATT | KLASSE 8–10

Diagonalen und weitere Anwendungen

Name: _____ Datum: _____

15 Flächen- und Raumdiagonalen im Würfel

Die Kantenlängen von vier Würfeln betragen:

a) 6 cm b) 12,4 cm c) 15 cm d) 225 mm.

A) Wie viele unterschiedliche Längen haben die Flächendiagonalen und die Raumdiagonalen jeweils?

B) Berechne diese Längen.

16 Flächen- und Raumdiagonalen im Quader

Gegeben sind die Kantenlängen:

a) 7 cm; 4 cm; 7 cm b) 5,5 cm; 3,8 cm; 8,1 cm

c) 7 cm; 9 cm; 12 cm.

A) Wie viele unterschiedliche Längen haben die Flächendiagonalen und die Raumdiagonalen jeweils?

B) Berechne alle unterschiedlichen Längen.

17 Quadratische Pyramide

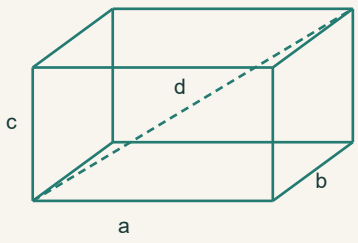
Eine regelmäßige quadratische Pyramide hat eine Grundkante von 240 m und eine Seitenkante von 220 m. Berechne ihre Höhe. Verwende diese gerundeten Modellmaße aus der ursprünglichen Cheopspyramiden-Aufgabe.

18 Zwei Radfahrer

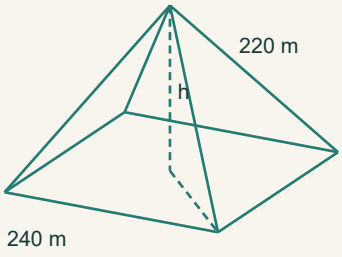
Zwei Radfahrer starten gleichzeitig an einer Kreuzung und fahren auf zwei senkrecht zueinander verlaufenden geraden Straßen mit 20 km/h bzw. 18 km/h. Wie weit sind sie nach einer halben Stunde voneinander entfernt?

Hilfsskizzen zu den Aufgaben (nicht maßstäblich)

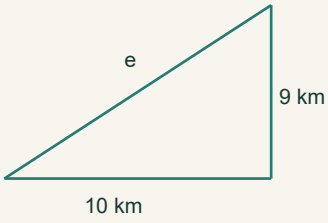
Aufgabe 15/16 · Diagonalen



Aufgabe 17 · Pyramide



Aufgabe 18 · Radfahrer



ARBEITSBLATT | KLASSE 8–10

Kreis, Dach und Deich

Name: _____ Datum: _____

19 Sehne im Kreis

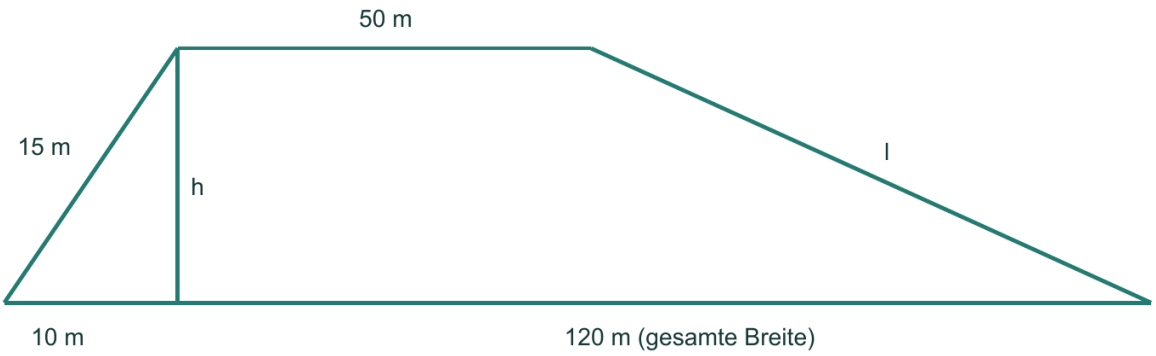
Eine Sehne ist 25 cm lang. Der Kreis hat den Radius 15 cm. Berechne den kürzesten Abstand des Kreismittelpunkts von der Sehne.

20 Dach eines Burgturms

Ein kreisförmiger Turm mit 5 m Durchmesser erhält ein kegelförmiges Dach. Die Spitze liegt 6 m über der kreisförmigen Grundfläche des Dachs. Die geraden Dachsparren sollen entlang ihrer Schräge 20 cm über die Turmkante hinausragen. Wie lang müssen sie sein?

21 Querschnitt eines Deichs

Berechne die Höhe h und die schräge Länge l der dem Meer zugekehrten rechten Deichseite. Die Deichkrone und die Grundlinie sind waagerecht. Entnimm die Maße der Skizze.

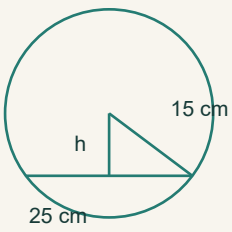


Kontrolliere dein Ergebnis

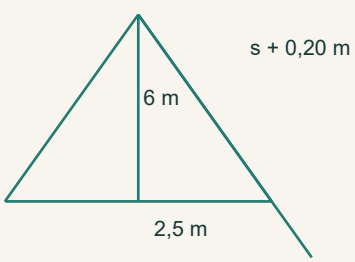
Ist die Hypotenuse die längste Seite? Passt die Einheit zur gesuchten Größe? Ist eine berechnete Länge im Sachzusammenhang plausibel?

Hilfsskizzen zu den Aufgaben (nicht maßstäblich)

Aufgabe 19 · Sehne



Aufgabe 20 · Dach



Musterlösungen · Grundlagen

1 Fehlende Seitenlängen

a) $c = \sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{160} \approx 12{,}65$ cm.

b) $b = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ cm.

c) $a = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ dm.

d) $b = \sqrt{6{,}5^2 - 2{,}5^2} = 6$ m.

e) $c = \sqrt{80^2 + 39^2} = 89$ mm.

f) $a = \sqrt{39^2 - 36^2} = 15$ dm.

g) $b = \sqrt{73^2 - 48^2} = 55$ cm.

h) $a = \sqrt{6{,}1^2 - 1{,}1^2} = 6$ m.

2 Rechtwinkligkeit prüfen

Die größte Seitenlänge wird quadriert und mit der Summe der beiden anderen Quadrate verglichen.

a) $6^2 + 8^2 = 100 = 10^2$: ja.

b) $5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$: ja.

c) $8^2 + 12^2 = 208 \neq 256 = 16^2$: nein.

d) $2^2 + 3^2 = 13 \neq 16 = 4^2$: nein.

3 Leiter

$h^2 + 1{,}8^2 = 7{,}5^2$; $h = \sqrt{56{,}25 - 3{,}24} = \sqrt{53{,}01} \approx 7{,}28$ m.

4 Dreieckshöhe

Die Höhe halbiert die Grundseite: 3 : 2 = 1,5 cm.

$h = \sqrt{4^2 - 1{,}5^2} = \sqrt{13{,}75} \approx 3{,}71$ cm.

Musterlösungen · Alltag und Raum

5 Rechteck

$d = \sqrt{87^2 + 116^2} = \sqrt{21.025} = 145$ cm.

6 Quadrat

$d = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} \approx 7{,}07$ m.

7 Kran

Jede Seilhälfte ist 6 m lang; der halbe Träger ist 5 m lang.

$h = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11} \approx 3{,}32$ m.

8 Aussichtsplattform

$DH = \sqrt{60^2 + 120^2} = \sqrt{18.000} \approx 134{,}16$ m.

9 Drachen

Höhe über Jennies Hand: $h = \sqrt{60^2 - 40^2} = \sqrt{2.000} \approx 44{,}72$ m. Die Handhöhe wäre für die Höhe über dem Boden zusätzlich nötig.

10 Stehleiter

Halber Fußabstand: 0,60 m.

$s = \sqrt{3^2 + 0{,}6^2} = \sqrt{9{,}36} \approx 3{,}06$ m je Holm.

11 Würfelkiste

Raumdiagonale $d = \sqrt{50^2 + 50^2 + 50^2} = \sqrt{7.500} \approx 86{,}60$ cm. Da 80 cm < d, passt der Stab vollständig hinein.

12 Quader

Alle Maße in Metern: $d = \sqrt{1^2 + 0{,}8^2 + 0{,}6^2} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$ m. Da 1,20 m < d, passt der Stab hinein.

13 Verbindungskabel

Höhenunterschied: 20 − 10 = 10 m.

$s = \sqrt{15^2 + 10^2} = \sqrt{325} \approx 18{,}03$ m (ohne Durchhang).

14 Ball

Kugelradius R = 9 cm; Eintauchtiefe t = 18 : 5 = 3,6 cm. Der Mittelpunkt liegt 9 − 3,6 = 5,4 cm über der Wasserfläche.

$r = \sqrt{9^2 - 5{,}4^2} = \sqrt{51{,}84} = 7{,}2$ cm.

Musterlösungen · Diagonalen

15 Würfel

A) Je Würfel gibt es eine Flächendiagonalenlänge und eine Raumdiagonalenlänge, zusammen zwei unterschiedliche Längen.

B) $f = a \cdot \sqrt{2}$; $d = a \cdot \sqrt{3}$. Die folgenden Werte sind gerundet:

a) f = 8,49 cm; d = 10,39 cm.

b) f = 17,54 cm; d = 21,48 cm.

c) f = 21,21 cm; d = 25,98 cm.

d) f = 318,20 mm; d = 389,71 mm.

16 Quader

A) a) Zwei unterschiedliche Flächendiagonalenlängen und eine Raumdiagonalenlänge; b) und c) jeweils drei unterschiedliche Flächendiagonalenlängen und eine Raumdiagonalenlänge.

B) $f_{ab} = \sqrt{a^2 + b^2}$, $f_{ac} = \sqrt{a^2 + c^2}$, $f_{bc} = \sqrt{b^2 + c^2}$; $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

a) $f_{ab} \approx 8{,}06$ cm; $f_{ac} \approx 9{,}90$ cm; $f_{bc} \approx 8{,}06$ cm; $d \approx 10{,}68$ cm.

b) $f_{ab} \approx 6{,}69$ cm; $f_{ac} \approx 9{,}79$ cm; $f_{bc} \approx 8{,}95$ cm; $d \approx 10{,}50$ cm.

c) $f_{ab} \approx 11{,}40$ cm; $f_{ac} \approx 13{,}89$ cm; $f_{bc} \approx 15{,}00$ cm; $d \approx 16{,}55$ cm.

17 Pyramidenhöhe

Die Strecke vom Grundflächenmittelpunkt zu einer Ecke ist die halbe Grundflächendiagonale: $r = 120 \cdot \sqrt{2}$ m.

$h = \sqrt{220^2 - (120 \cdot \sqrt{2})^2} = \sqrt{19.600} = 140$ m.

18 Radfahrer

Nach einer halben Stunde sind die Strecken 10 km und 9 km lang.

$e = \sqrt{10^2 + 9^2} = \sqrt{181} \approx 13{,}45$ km.

Musterlösungen · Kreis und Deich

19 Abstand zur Sehne

Das Lot vom Mittelpunkt halbiert die Sehne: 25 : 2 = 12,5 cm.

$h = \sqrt{15^2 - 12{,}5^2} = \sqrt{68{,}75} \approx 8{,}29$ cm.

20 Dachsparren

Turmradius: 5 : 2 = 2,5 m. Länge von der Spitze bis zur Turmkante:

$s = \sqrt{6^2 + 2{,}5^2} = \sqrt{42{,}25} = 6{,}5$ m.

Der Überstand ist entlang der Schräge angegeben: 6,5 + 0,20 = 6,70 m.

21 Deichquerschnitt

Links gilt: $h^2 + 10^2 = 15^2$, also $h = \sqrt{125} \approx 11{,}18$ m.

Die waagerechte Strecke unter der rechten Böschung ist 120 − 10 − 50 = 60 m.

$l = \sqrt{60^2 + h^2} = \sqrt{3.600 + 125} = \sqrt{3.725} \approx 61{,}03$ m. Mit dem ungerundeten Wert von h rechnen.

Zur überarbeiteten Fassung

Alle 21 Aufgaben der Vorlage sind enthalten. Schreibfehler und fehlende Einheiten wurden korrigiert. Modellannahmen bei Kran, Drachen und Dachüberstand wurden präzisiert; die Pyramidenmaße werden als gerundete Modellwerte verwendet.