Lernblatt | KLASSE 8–10

# Lineare Funktionen

### Was ist eine Funktion?

Eine Funktion ordnet jedem Element ihrer Definitionsmenge genau einen Funktionswert zu. Die Menge aller tatsächlich angenommenen Funktionswerte heißt Wertemenge. Beispielsweise gehört zur Funktion f(x) = x² der Funktionsterm x².

## 1 Normalform und Bedeutung der Parameter

$$f(x) = mx + b$$

Der Graph ist eine Gerade. m ist die Steigung, b der y-Achsenabschnitt. Die Gerade schneidet die y-Achse in (0 | b).

### Steigung m

m > 0: Die Gerade steigt.
m < 0: Die Gerade fällt.
m = 0: Die Gerade ist waagerecht.

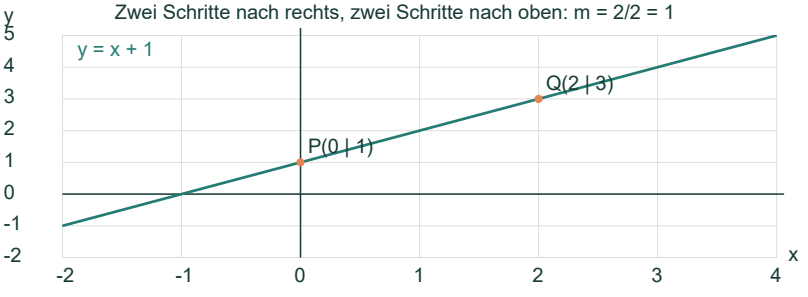
### Achsenabschnitt b

b verschiebt die Gerade nach oben oder unten. Bei m = 0 ist ihr Abstand von der x-Achse |b|.

## 2 Steigung aus zwei Punkten

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Die Punkte müssen unterschiedliche x-Koordinaten haben. Über einen Punkt bestimmst du anschließend b: Setze seine Koordinaten in y = mx + b ein.




## 3 Nullstelle und besondere Fälle

Eine Nullstelle $x_0$ erfüllt $f(x_0) = 0$. Für $m \neq 0$ gilt:

$$x_0 = -\frac{b}{m}$$

Bei m = 0 und b ≠ 0 gibt es keine Nullstelle. Bei f(x) = 0 ist jedes x der Definitionsmenge eine Nullstelle.

| Sonderfall | Funktionsgleichung | Eigenschaft |
|---|---|---|
| proportionale Funktion | f(x) = mx | Gerade durch den Ursprung |
| identische Funktion | f(x) = x | Jede Zahl wird sich selbst zugeordnet. |
| konstante Funktion | f(x) = b | waagerechte Gerade |

Arbeitsblatt | KLASSE 8–10

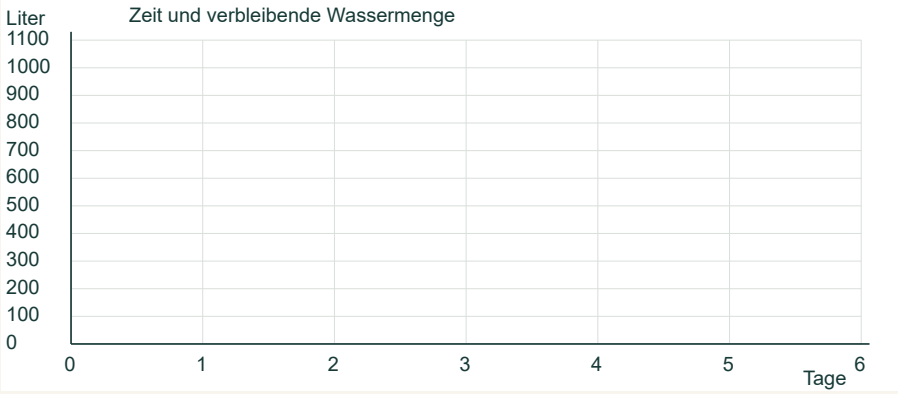
# Tankmodell und Funktionen

Name: _____ Datum: _____

## 1 Ein Tank wird geleert

Ein Tank enthält 1.050 Liter Wasser. Bei gleichmäßiger Förderung werden 180 Liter pro Tag abgepumpt, bis der Tank leer ist.
a) Ergänze die Wertetabelle.
b) Zeichne den Graphen bis zum Zeitpunkt der vollständigen Entleerung.
c) Gib die Zuordnungsvorschrift an.
d) Wann ist der Tank leer?

| **Zeit in Tagen** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Wasser in Litern | | | | | | |




## 2 Begriff erklären

Definiere den Begriff „Funktion“ in eigenen Worten.

## 3 Auch andere Funktionstypen zeichnen

Erstelle jeweils eine Wertetabelle und zeichne den Graphen im Heft. Beachte die Definitionsmenge; diese beiden Funktionen sind keine linearen Funktionen.

$a)\ f(x) = \frac{3+x}{3-x}$ $\qquad$ $b)\ f(x) = x^2 - 1$

Geeignete x-Werte für a): −3; −1; 0; 1; 2; 4; 5; 7. Für b): −3; −2; −1; 0; 1; 2; 3.

Arbeitsblatt | KLASSE 8–10

# Aussagen prüfen und Geraden zeichnen

Name: _____ Datum: _____

## 4 Wahr oder falsch?

Entscheide und korrigiere falsche Aussagen. Begründe deine Entscheidung.

| Teil | Aussage |
|---|---|
| a | Für h(x) = 3x − 1 ist h(2) = 3 · 2 − 1 = 5. |
| b | Alle folgenden Wertepaare gehören zu f(x) = 6x − 10: (−2 \| −22), (−1 \| −16), (0 \| −9), (1 \| −4), (4 \| 14). |
| c | Zum Zeichnen eines Funktionsgraphen muss man immer zuerst eine Wertetabelle mit mehreren Wertepaaren erstellen. |
| d | Lineare Funktionen haben allgemein die Form f(x) = mx. |
| e | Eine lineare Funktion lässt sich durch eine Zuordnungsvorschrift x ↦ mx + b oder eine Funktionsgleichung y = mx + b beschreiben. |
| f | Die Gerade y = −2x − 3 hat den y-Achsenabschnitt −2 und die Steigung −3. |
| g | Der Graph von y = 3x ist eine Ursprungsgerade. |
| h | Der Graph von y = 3x − 2 ist eine Ursprungsgerade. |
| i | Die Steigung erhält man als vorzeichenbehaftete Änderung in y-Richtung geteilt durch die zugehörige Änderung in x-Richtung. |

## 5 Geraden zeichnen

Zeichne die Graphen im Heft. Nutze den y-Achsenabschnitt und ein Steigungsdreieck.

$a)\ f(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{5}{2}$

$b)\ f(x) = 3x - 1$

$c)\ f(x) = -\frac{2}{3}x + 1$

$d)\ f(x) = -3$

$e)\ f(x) = 4{,}5x + 2$

## 6 Gerade durch zwei Punkte

Eine Gerade verläuft durch P(3 | 7) und Q(−2 | −3). Bestimme rechnerisch ihre Funktionsgleichung und überprüfe sie durch eine Zeichnung.

## 7 Steigung und Punkt

Eine Gerade hat die Steigung 2 und verläuft durch A(−3 | −5). Bestimme die Funktionsgleichung rechnerisch und zeichnerisch.

Arbeitsblatt | KLASSE 8–10

# Geradengleichungen bestimmen

Name: _____ Datum: _____

## 8 Eine andere Schreibweise

Stellt 3x − 4y − 8 = 0 eine lineare Funktion dar? Begründe durch Umformen.

## 9 Zeichnerisch und rechnerisch

Zeichne die Gerade durch A(1 | 4) und B(4 | 2,5). Bestimme ihre Funktionsgleichung und überprüfe sie rechnerisch.

## 10 Punktlage

Liegen A(2 | 3), B(−3 | −8), C(0 | 1) und D(5 | 7) oberhalb, unterhalb oder auf der Geraden y = 2x − 1? Begründe rechnerisch.

## 11 Zwei Bedingungen

Bestimme die Geradengleichung:
a) durch P(−5 | 1) und Q(7 | −3);
b) durch A(2 | 3) und parallel zu y = ½x + 2001.

## 12 Form, Achsen und Steigung

Gegeben ist x − 2y + 4 = 0.
a) Bringe die Gleichung in die Form y = mx + b.
b) Bestimme die Achsenschnittpunkte.
c) Gib die Steigung an.
d) Zeichne die Gerade.

## 13 Umformen und zeichnen

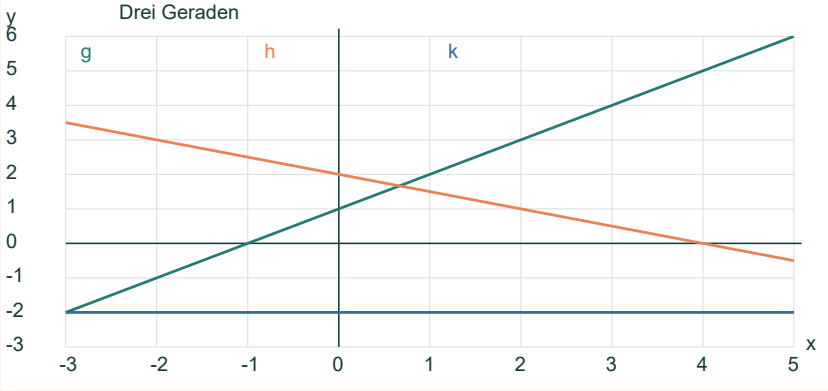
Bringe die Gleichungen in die Form y = mx + b und zeichne die Geraden.

$a)\ 2x - y + 1 = 0$

$b)\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = -1$

## 14 Geraden aus einem Graphen ablesen

Bestimme zu den drei Geraden g, h und k jeweils Steigung, y-Achsenabschnitt und Funktionsgleichung.



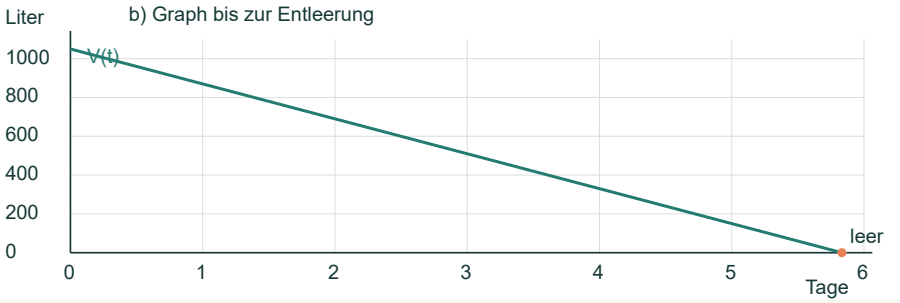
# Lösungen · Tank und Funktionen

## 1 Tankmodell

a) Die Tabelle enthält:

| Tage | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Liter | 1050 | 870 | 690 | 510 | 330 | 150 |

c) $V(t) = 1.050 - 180t$ für $0 \le t \le 35/6$.
d) $V(t) = 0$ liefert $t = 1.050 : 180 = 35/6$ Tage, also 5 Tage und 20 Stunden. Danach bleibt der Tank leer; negative Wassermengen gehören nicht zum Modell.




## 2 Definition

Eine Funktion ordnet jedem Element der Definitionsmenge genau einen Funktionswert zu.

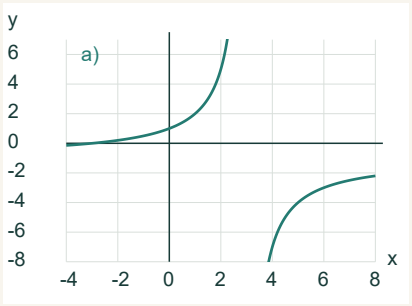
## 3 Wertetabellen und Graphen

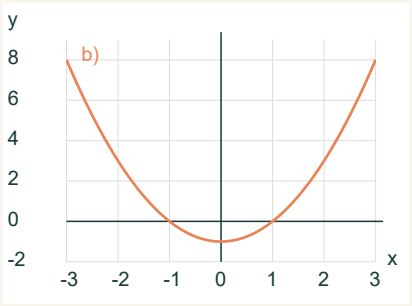
a) $f(x) = (3 + x)/(3 - x)$, Definitionsmenge: alle reellen Zahlen außer 3. Die Graphenäste nähern sich den Geraden $x = 3$ und $y = -1$.

| x | -3 | -1 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 0 | ½ | 1 | 2 | 5 | -7 | -4 | −2,5 |

b) $f(x) = x^2 - 1$: nach oben geöffnete Normalparabel mit S(0 | −1).

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 8 | 3 | 0 | -1 | 0 | 3 | 8 |



# Lösungen · Aussagen und Steigungen

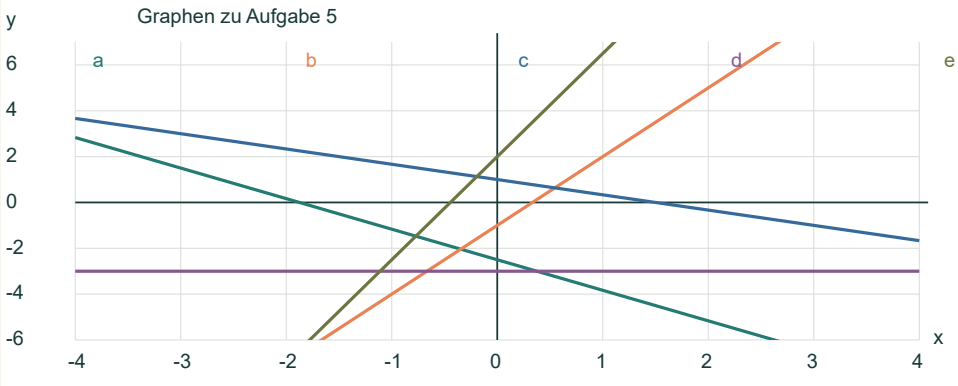
## 4 Wahr oder falsch?

a) Wahr.
b) Falsch: Für x = 0 gilt f(0) = −10; die übrigen Paare stimmen.
c) Falsch: Bei einer Geraden genügen zwei Punkte; ein Graph lässt sich auch aus bekannten Eigenschaften zeichnen.
d) Falsch: Allgemein f(x) = mx + b; f(x) = mx ist der proportionale Sonderfall.
e) Wahr.
f) Falsch: m = −2 und b = −3.
g) Wahr.
h) Falsch: Der y-Achsenabschnitt ist −2, nicht 0.
i) Wahr; verwende für beide Änderungen dieselbe Laufrichtung.

## 5 Geraden zeichnen

Jeweils zwei Kontrollpunkte reichen aus:

| Teil | m | b | Punkte |
|---|---|---|---|
| a | −4/3 | −5/2 | (0 \| −2,5), (−3 \| 1,5) |
| b | 3 | -1 | (0 \| −1), (1 \| 2) |
| c | −2/3 | 1 | (0 \| 1), (3 \| −1) |
| d | 0 | -3 | (0 \| −3), (2 \| −3) |
| e | 4,5 | 2 | (0 \| 2), (1 \| 6,5) |




## 6 Zwei Punkte

m = (7 − (−3))/(3 − (−2)) = 10/5 = 2.
7 = 2 · 3 + b ⇒ b = 1. Also f(x) = 2x + 1. Probe: f(3) = 7 und f(−2) = −3.

## 7 Steigung und Punkt

−5 = 2 · (−3) + b ⇒ b = 1. Also ebenfalls f(x) = 2x + 1. Zum Zeichnen eignen sich (0 | 1) und (1 | 3).

# Lösungen · Geraden bestimmen

## 8 Lineare Funktion

$3x - 4y - 8 = 0 \Rightarrow 4y = 3x - 8 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - 2$. Ja: $m = \frac{3}{4}$, $b = -2$.

## 9 Gerade durch A und B

$m = (2{,}5 - 4)/(4 - 1) = -0{,}5$. Aus $4 = -0{,}5 \cdot 1 + b$ folgt $b = 4{,}5$. Also $f(x) = -0{,}5x + 4{,}5$.

## 10 Punktlage

Vergleiche die y-Koordinate mit $f(x) = 2x - 1$:

| Punkt | f(x) | Lage |
|---|---|---|
| A(2 \| 3) | 3 | auf der Geraden |
| B(−3 \| −8) | -7 | unterhalb |
| C(0 \| 1) | -1 | oberhalb |
| D(5 \| 7) | 9 | unterhalb |

## 11 Geradengleichungen

a) $m = (-3 - 1)/(7 - (-5)) = -\frac{1}{3}$; $1 = (-\frac{1}{3}) \cdot (-5) + b \Rightarrow b = -\frac{2}{3}$.

$$y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

b) Parallele Geraden haben dieselbe Steigung: $m = \frac{1}{2}$. Mit A(2 | 3): $3 = \frac{1}{2} \cdot 2 + b \Rightarrow b = 2$. Also $y = \frac{1}{2}x + 2$.

## 12 Normalform und Schnittpunkte

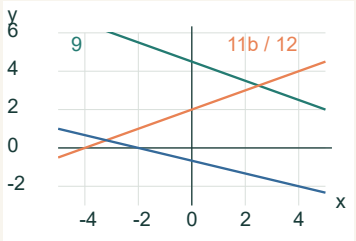
a) $y = \frac{1}{2}x + 2$.
b) $S_y(0 \mid 2)$, $S_x(-4 \mid 0)$.
c) $m = \frac{1}{2}$.
d) Verbinde die beiden Achsenschnittpunkte.

## 13 Normalform

a) $y = 2x + 1$, etwa durch (0 | 1) und (1 | 3).
b) Nach Multiplikation mit 4: $2x + y = -4 \Rightarrow y = -2x - 4$, etwa durch (0 | −4) und (−2 | 0).

## 14 Ablesen

g: $m = 1$, $b = 1 \Rightarrow g(x) = x + 1$.
h: $m = -\frac{1}{2}$, $b = 2 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}x + 2$.
k: $m = 0$, $b = -2 \Rightarrow k(x) = -2$.




11a

