Arbeitsblatt | KLASSE 8–10

Bruchterme und Bruchgleichungen

Bruchterme sicher umformen

Definitionsmenge zuerst

Ein Nenner darf nie 0 werden. Bei der Division durch einen Bruch darf außerdem der Divisor nicht 0 sein. Notiere alle Einschränkungen aus dem ursprünglichen Term und behalte sie auch nach dem Kürzen bei. Gekürzt werden Faktoren, keine Summanden.

1 Vereinfachen und Einschränkungen angeben

a)

$$\frac{7-21x}{5-15x}$$

b)

$$\frac{x^2-8x+16}{2x^2-32}$$

c)

$$\frac{68x^2y^3z}{51xy^2z^3}$$

d)

$$\frac{2u^2-8v^2}{a^2+2ab+b^2}\cdot\frac{3a+3b}{4u-8v}$$

e)

$$\frac{6a^2b}{5cd^2}\left(\frac{25cd}{18ab}-\frac{10bd}{3ac}+\frac{5d^2}{12ab}\right)$$

f)

$$\left(\frac{4m}{3n}+\frac{5n}{6m}\right)\left(\frac{2}{n^2}-\frac{7}{m^2}\right)$$

g)

$$\frac{a^2-ab}{-5xy}\cdot\frac{10xy}{ab-b^2}$$

Arbeitsblatt | KLASSE 8–10

Bruchterme und Bruchgleichungen

1 Vereinfachen und Einschränkungen angeben · Fortsetzung

h)

$$\frac{b^2-8b+16}{b^2-2b} : \frac{b^2-16}{b^2+4b}$$

i)

$$\frac{x^2-6x+9}{x^2-2x} : \frac{x^2-9}{x^2+3x}$$

j)

$$\frac{x-3}{4x+12} + \frac{1-x}{6x+18}$$

k)

$$\frac{2p-q}{p^2+2pq+q^2} + \frac{2p+q}{p^2-2pq+q^2} - \frac{4p}{p^2-q^2}$$

l)

$$\frac{y}{x^2+xy} + \frac{3y+x}{y^2-x^2}$$

m)

$$\frac{x-5}{x^2+10x+25} - \frac{7}{7x-35}$$

2 Bruchgleichungen lösen

Bestimme jeweils zuerst die Definitionsmenge.

a)

$$\frac{2x+3}{x-2} = \frac{2x-7}{x+2}$$

b)

$$\frac{1}{x-3} - \frac{1}{2x-6} = 2$$

c)

$$\frac{x}{4-x} + \frac{x}{4+x} = \frac{40}{16-x^2}$$

3 Bruchungleichungen lösen

Achte beim Multiplizieren mit einem variablen Nenner auf dessen Vorzeichen. Eine Fallunterscheidung oder Vorzeichentabelle hilft.

a)

$$\frac{x}{x-1} > \frac{9}{10}$$

b)

$$\frac{3x}{2x+3} < -2$$

c)

$$\frac{x-5}{x+5} < 10$$

Bruchterme und Bruchgleichungen

4 Anwendungen

a) Der Nenner eines Bruchs ist um 2 größer als sein Zähler. Addiert man 9 zum Zähler und 15 zum Nenner, erhält man 7/9. Wie lautet der ursprüngliche Bruch?
b) Eine Maschine benötigt für eine Arbeit 4 Stunden. Zusammen mit einer zweiten, gleichzeitig arbeitenden Maschine ist dieselbe Arbeit in 3 Stunden erledigt. Wie lange benötigt die zweite Maschine allein? Gehe von konstanten Arbeitsleistungen aus.

Bruchterme und Bruchgleichungen

1a Vereinfachter Term

$$\frac{7}{5}$$

Einschränkungen: x ≠ ⅓.

1b Vereinfachter Term

$$\frac{x - 4}{2x + 8}$$

Einschränkungen: x ≠ −4, 4.

1c Vereinfachter Term

$$\frac{4xy}{3z^2}$$

Einschränkungen: x ≠ 0; y ≠ 0; z ≠ 0.

1d Vereinfachter Term

$$\frac{3u + 6v}{2a + 2b}$$

Einschränkungen: a + b ≠ 0; u ≠ 2v.

1e Vereinfachter Term

$$-\frac{a\left(24b^2 - 10c^2 - 3cd\right)}{6c^2d}$$

Einschränkungen: a, b, c und d jeweils ≠ 0.

1f Vereinfachter Term

$$\frac{\left(2m^2 - 7n^2\right)\left(8m^2 + 5n^2\right)}{6m^3n^3}$$

Einschränkungen: m ≠ 0; n ≠ 0.

1g Vereinfachter Term

$$-\frac{2a}{b}$$

Einschränkungen: x ≠ 0; y ≠ 0; b ≠ 0; a ≠ b.

1h Vereinfachter Term

$$\frac{b - 4}{b - 2}$$

Einschränkungen: b ≠ −4, 0, 2, 4.

1i Vereinfachter Term

$$\frac{x - 3}{x - 2}$$

Einschränkungen: x ≠ −3, 0, 2, 3.

Bruchterme und Bruchgleichungen

1j Vereinfachter Term

$$\frac{x - 7}{12x + 36}$$

Einschränkungen: x ≠ −3.

1k Vereinfachter Term

$$\frac{12pq^2}{(p - q)^2 (p + q)^2}$$

Einschränkungen: p ≠ q; p ≠ −q.

1l Vereinfachter Term

$$-\frac{x + y}{x(x - y)}$$

Einschränkungen: x ≠ 0; x ≠ y; x ≠ −y.

1m Vereinfachter Term

$$-\frac{20x}{(x - 5)(x + 5)^2}$$

Einschränkungen: x ≠ −5, 5.

2 Bruchgleichungen

a) x ≠ ±2. Kreuzweise multiplizieren: (2x + 3)(x + 2) = (2x − 7)(x − 2). Es folgt 18x = 8. L = {4/9}.
b) x ≠ 3. Mit 2(x − 3) multiplizieren: 2 − 1 = 4(x − 3) ⇒ x = 13/4. L = {13/4}.
c) x ≠ ±4. Mit 16 − x² multiplizieren: x(4 + x) + x(4 − x) = 40 ⇒ 8x = 40 ⇒ x = 5. L = {5}.

3a Lösungsbereich

$$(-\infty, -9) \cup (1, \infty)$$

Umformen ergibt (x + 9)/(10(x − 1)) > 0. Kritische Stellen: −9 und 1.

3b Lösungsbereich

$$\left(-\frac{3}{2}, -\frac{6}{7}\right)$$

Umformen ergibt (7x + 6)/(2x + 3) < 0. Kritische Stellen: −3/2 und −6/7.

3c Lösungsbereich

$$\left(-\infty, -\frac{55}{9}\right) \cup (-5, \infty)$$

Umformen ergibt −(9x + 55)/(x + 5) < 0. Kritische Stellen: −55/9 und −5.

4 Anwendungen

a) Setze den Zähler gleich x, den Nenner gleich x + 2. Dann (x + 9)/(x + 17) = 7/9 ⇒ 9x + 81 = 7x + 119 ⇒ x = 19. Der Bruch lautet 19/21. Probe: 28/36 = 7/9.
b) Arbeitsanteile je Stunde: 1/4 + 1/t = 1/3 ⇒ 1/t = 1/12 ⇒ t = 12 Stunden.