Lernblatt | KLASSE 8–10

Binomische Formeln

1 Die drei binomischen Formeln

Binome erkennen

Ein Binom ist eine Summe oder Differenz zweier Terme. Mit den binomischen Formeln kannst du Produkte ausmultiplizieren und passende Summen wieder faktorisieren.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

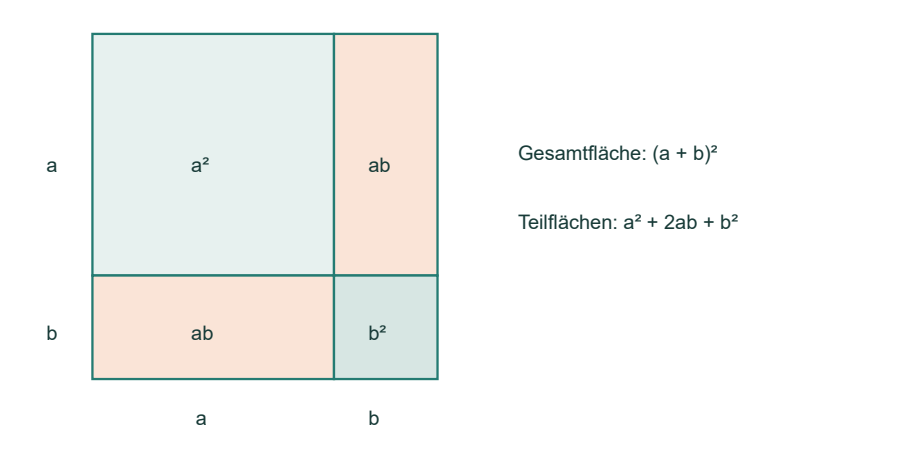
Die ersten beiden Formeln enthalten den gemischten Term ±2ab. Bei der dritten Formel heben sich die gemischten Terme auf.

2 Begründen und anwenden

$$(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$



Die Flächenzerlegung begründet die erste Formel für positive Seitenlängen a und b. Algebraisch gelten die Formeln für alle reellen a und b.

$$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(2u-3)^2 = 4u^2 - 12u + 9$$

$$(3a+b)(3a-b) = 9a^2 - b^2$$

Rückwärts gelesen dienen dieselben Formeln zum Faktorisieren:

$$x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = (2a-1)^2$$

$$16u^2 - 9v^2 = (4u+3v)(4u-3v)$$

Arbeitsblatt | KLASSE 8–10

Binomische Formeln

1 Ausmultiplizieren

Wende die passende binomische Formel an. Die zusätzlichen, ursprünglich unbeschrifteten Terme heißen hier o), p) und q).

a) $(y+5)^2$

b) $(x-12)^2$

c) $(a+3)(a-3)$

d) $(x+1)^2$

e) $(x-y)^2$

f) $(a+2b)(a-2b)$

g) $(2a-3b)^2$

h) $(0{,}2a-0{,}5)^2$

i) $(x-9y)(x+9y)$

j) $(1{,}5x+0{,}5y)(1{,}5x-0{,}5y)$

k) $(4a+5)^2$

l) $(0{,}1a+0{,}4b)^2$

m) $(3-6a)^2$

n) $(2-0{,}3x)^2$

o) $(5a-14b^2)^2$

p) $(6a+5)(-5-6a)$

q) $\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{7}y\right)\left(\frac{1}{3}x-\frac{2}{7}y\right)$

2 Faktorisieren

Schreibe die Terme als Produkte. Klammere einen gemeinsamen Faktor zuerst aus, wenn es hilft. Die beiden letzten Terme sind als m) und n) ergänzt.

a) $a^2-6ab+9b^2$

b) $4x^2+4xy+y^2$

c) $4a^2-12ab+9b^2$

d) $9+12x+4x^2$

e) $x^2+14xy+49y^2$

f) $4a^2+20ab+25b^2$

g) $9a^2-25$

h) $144x^2+120xy+25y^2$

i) x^2-49

j) $64ux^2-96ux+36u$

k) $25a^3+40a^2+16a$

l) $162-\frac{1}{2}b^2$

m) $196b^8-324a^6$

n) $0{,}81q^2-2{,}16pq+1{,}44p^2$

Binomische Formeln

3 Lücken ergänzen

Setze passende Terme in die Kästchen ein. Es genügt jeweils eine korrekte Ergänzung.

a) $(3x + \square)^2 = \square + \square + 49$

b) $(\square - 4)^2 = \square - 48y + \square$

c) $(\square + \square)^2 = 4x^2 + 32x + \square$

d) $(\square + \square)^2 = \square + 180x + 100$

e) $(\square - \square)^2 = 36x^4 - 24x^2 + \square$

f) $(\square - \square)^2 = \square - 130a + 169$

g) $(3a + \square)(\square - 5) = \square - \square$

h) $(\square - \square)(\square + \square) = 49a^4 - 9b^2$

i) $(\square + \square)(\square - 3c) = - \square + 4d^2$

j) $(\square + 6)(\square - \square) = \square - 100p^6$

k) $(\square - \square)^2 = 16a^2b^8 - 40a^3b^4c + \square$

l) $(\square + \square)^2 = 0{,}25x^4 + 0{,}2x^2y^2 + \square$

4 Terme vereinfachen

Multipliziere aus und fasse gleichartige Terme zusammen.

a) $(u - 3v)^2 + (v + 2u)^2$

b) $\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \left(\frac{1}{4}b + 3a\right)^2$

c) $(x + 3)(x - 3) - (2x + 7)^2 + (-x - 1)^2$

d) $\left(5p + 3r\right)^2 - \left(4p - 2r\right)\left(4p + 2r\right)$

Typischer Fehler

(a + b)² ist im Allgemeinen nicht a² + b². Prüfe immer, ob der gemischte Term berücksichtigt wurde.

Binomische Formeln

1 Ausmultiplizieren: Ergebnisse

Teil	Ergebnis
a)	$y^2 + 10y + 25$
b)	x^2 - $24x + 144$
c)	a^2 - 9
d)	$x^2 + 2x + 1$
e)	x^2 - $2xy + y^2$
f)	a^2 - $4b^2$
g)	$4a^2$ - $12ab + 9b^2$
h)	$0{,}04a^2 - 0{,}2a + 0{,}25$
i)	x^2 - $81y^2$
j)	$2{,}25x^2 - 0{,}25y^2$
k)	$16a^2 + 40a + 25$
l)	$0{,}01a^2 + 0{,}08ab + 0{,}16b^2$
m)	$36a^2$ - $36a + 9$
n)	$0{,}09x^2 - 1{,}2x + 4$
o)	$25a^2$ - $140ab^2 + 196b^4$
p)	-$36a^2$ - $60a$ - 25
q)	$\frac{x^2}{9} - \frac{4y^2}{49}$

Binomische Formeln

2 Faktorisieren: Ergebnisse

Teil	Ergebnis
a)	$(a - 3b)^2$
b)	$(2x + y)^2$
c)	$(2a - 3b)^2$
d)	$(2x + 3)^2$
e)	$(x + 7y)^2$
f)	$(2a + 5b)^2$
g)	$(3a - 5)(3a + 5)$
h)	$(12x + 5y)^2$
i)	$(x - 7)(x + 7)$
j)	$4u(4x - 3)^2$
k)	$a(5a + 4)^2$
l)	$\frac{(18 - b)(b + 18)}{2}$
m)	$(-36a^3 + 28b^4)(9a^3 + 7b^4)$
n)	$\left(-\frac{6p}{5} + \frac{9q}{10}\right)^2$

Binomische Formeln

3 Eine mögliche Ergänzung

a)

$(3x+7)^2 = 9x^2 + 42x + 49$

b)

$(6y-4)^2 = 36y^2 - 48y + 16$

c)

$(2x+8)^2 = 4x^2 + 32x + 64$

d)

$(9x+10)^2 = 81x^2 + 180x + 100$

e)

$\left(6x^2-2\right)^2 = 36x^4 - 24x^2 + 4$

f)

$(5a-13)^2 = 25a^2 - 130a + 169$

g)

$(3a+5)(3a-5) = 9a^2 - 25$

h)

$\left(7a^2-3b\right)\left(7a^2+3b\right) = 49a^4 - 9b^2$

i)

$(2d+3c)(2d-3c) = -9c^2 + 4d^2$

j)

$\left(10p^3+6\right)\left(6-10p^3\right) = 36 - 100p^6$

k)

$\left(4ab^4-5a^2c\right)^2 = 16a^2b^8 - 40a^3b^4c + 25a^4c^2$

l)

$\left(0{,}5x^2+0{,}2y^2\right)^2 = 0{,}25x^4 + 0{,}2x^2y^2 + 0{,}04y^4$

4 Vereinfachte Terme

Teil	Ergebnis
a)	$5u^2 - 2uv + 10v^2$
b)	$10a^2 + \frac{ab}{2} + \frac{5b^2}{16}$
c)	$-2x^2 - 26x - 57$
d)	$9p^2 + 30pr + 13r^2$