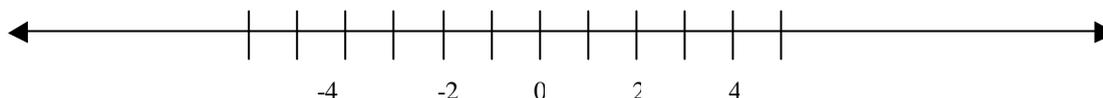

Rationale Zahlen

Einführung

Um Temperaturen, Wasserstände, Kontostände, Jahreszahlen (vor Christus, nach Christus), Höhen bzw. Tiefen (über/unter Meeresspiegel) zu beschreiben, reichen die bisherigen Zahlen, also die natürlichen Zahlen \mathbb{N} , nicht aus. Man unterscheidet nun Zustände über bzw. unter dem Nullpunkt durch ein Vorzeichen +(plus) und -(minus).



Die Menge $\mathbb{Z}=\{\dots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\dots\}$ nennt man **ganze Zahlen**. Möchte man auch alle Brüche und alle endlichen bzw. periodischen Dezimalzahlen betrachten, so spricht man von den **rationalen Zahlen**. Diese werden mit \mathbb{Q} bezeichnet. Rationale Zahlen mit dem Vorzeichen + nennt man **positive Zahlen**, Zahlen mit dem Vorzeichen - nennt man **negative Zahlen**.

Die Zahl $-a$ heißt **Gegenzahl** zu a . Eine Zahl und ihre Gegenzahl liegen symmetrisch zum Ursprung.

Beispiel: $-7,5$ ist die Gegenzahl von $7,5$

Der Abstand einer rationalen Zahl a von der Zahl Null wird als **Betrag von a** bezeichnet. Man schreibt

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} \quad (\text{Man liest: Betrag von } a).$$

Beispiel: $|-3| = 3$, $|2,5| = 2,5$

Vergleich von rationalen Zahlen

Auf dem Zahlenstrahl liegt die kleinere von zwei Zahlen stets links, die größere stets rechts.

Beispiel: -25 liegt links von -3 , daher ist $-25 < -3$

Rechenregeln

Addition von rationalen Zahlen

Haben die Summanden gleiche Vorzeichen, so setzt man das Vorzeichen und addiert die gemeinsamen Beträge.

Beispiele: $(+7)+(+3)=+10$ $(-7)+(-3)=-10$

Haben die Summanden verschiedene Vorzeichen, so setzt man das Vorzeichen der betraglich größeren Zahl und subtrahiert den kleineren Betrag vom größeren.

Beispiele: $(+7)+(-3)=+4$ $(-7)+(+3)=-4$

Subtraktion von rationalen Zahlen

Man subtrahiert rationale Zahlen, indem man die Gegenzahl addiert.

Beispiele: $(-7)-(+3)=(-7)+(-3)=-10$ $(-7)-(-3)=(-7)+(+3)=-4$

Multiplikation/Division von ganzen Zahlen

Man multipliziert (dividiert) zwei rationale Zahlen, indem man ihre Beträge multipliziert (dividiert) und das Vorzeichen nach folgender Regel setzt:

$$\begin{array}{ll} (+) \cdot (+) = (+) & (+) : (+) = (+) \\ (-) \cdot (-) = (+) & (-) : (-) = (+) \\ (+) \cdot (-) = (-) & (+) : (-) = (-) \\ (-) \cdot (+) = (-) & (-) : (+) = (-) \end{array}$$

Bemerkung: Auch hier gelten die üblichen Gesetze sowie Punkt- vor Strichrechnung usw.

